

绝密★启用前

2021 年 4 月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（经管类）

（课程代码 04183）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 某人打靶时连续射击两次，事件“至少有一次中靶”的对立事件是
A. “两次都不中靶” B. “两次都中靶”
C. “只有一次中靶” D. “至多有一次中靶”
2. 设事件 A 与 B 互不相容，且 $P(A)=0.5$ ， $P(B)=0.3$ ，则 $P(A-B)=$
A. 0.2 B. 0.3 C. 0.5 D. 0.8
3. 甲、乙两人对弈一局，两人下成和棋的概率是 $\frac{1}{2}$ ，乙获胜的概率是 $\frac{1}{3}$ ，则甲获胜的概率是
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
4. 设随机变量 $X \sim N(3, 2^2)$ ，且 $P\{X > c\} = P\{X \leq c\}$ ，则常数 $c =$
A. 0 B. 2 C. 3 D. 4
5. 对于任意参数，随机变量 X 均可满足 $E(X) = D(X)$ ，则 X 服从的分布一定是
A. 均匀分布 B. 指数分布 C. 二项分布 D. 泊松分布

6. 设随机变量 $X \sim N(1, 4^2)$ ， $Y \sim N(0, 2^2)$ ， X 与 Y 相互独立，则 $D(X-Y) =$

- A. 2 B. 6 C. 12 D. 20

7. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自总体 $X \sim N(0, 4)$ 的样本， $Y = a(X_1 - 2X_2)^2 + b(3X_3 - 4X_4)^2$ ，

如果 $Y \sim \chi^2(2)$ ，则常数 a, b 的值分别为

- A. $a = \frac{1}{20}, b = \frac{1}{100}$ B. $a = \frac{1}{12}, b = \frac{1}{28}$
C. $a = 20, b = 100$ D. $a = 12, b = 28$

8. 设总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$ ， $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 为来自 X 的样本， $\bar{X}$ 为样本均值，则未知参数 σ^2 的无偏估计是

- A. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ B. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$
C. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i^2$ D. $\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n X_i^2$

9. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma_0^2)$ ， σ_0^2 已知， μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间长度为 l ，则当 α 增大时， l 的变化为

- A. 增大 B. 减小 C. 不变 D. 不确定

10. 在线性回归模型 $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i (i=1, 2, \dots, n)$ 中，总的偏差平方和为 SST ，剩余平方和为 SSE ，回归平方和为 SSR ，三者之间的关系是

- A. $SSE = SST + SSR$ B. $SSR = SST + SSE$
C. $SST = SSE + SSR$ D. $SST + SSE + SSR = 0$

第二部分 非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 已知 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B|A) = \frac{1}{3}$, $P(A|B) = \frac{1}{2}$, 则 $P(A \cup B) =$ _____.

12. 设随机事件 A 与 B 相互独立, $P(A) = P(B) = \frac{1}{3}$, 则 $P(\bar{A}\bar{B}) =$ _____.

13. 某种饮料每箱装 6 听, 如果其中有 2 听不合格, 质检人员随机抽取 2 听, 则检测出不合格饮料的概率是_____.

14. 某射手射击所得环数 X 的分布律为

X	6	7	8	9	10
P	0.1	0.28	0.11	0.29	0.22

, 如果命中

8~10 环为优秀, 则这名射手射击一次为优秀的概率是_____.

15. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数, 且 $\Phi(2) = 0.9772$,

则 $P\{\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma\} =$ _____.

16. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 随机变量 Y 服从二项分布 $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$, 且满

足 $P\{X=0\} = P\{Y=0\}$, 则 $\lambda =$ _____.

17. 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布, 则 $P\{X \geq 2\} =$ _____.

18. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	0	1
	0.1	b
0	0.1	b
1	a	0.4

则 $a + b =$ _____.

19. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$

则当 $0 < y < 1$ 时, Y 的概率密度 $f_Y(y) =$ _____.

20. 设二维随机变量 (X, Y) 服从平面区域 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3\}$ 上的均匀分布,

则 $E(XY) =$ _____.

21. 设总体 X 服从 0-1 分布, 即 $P\{X=1\} = p$, $P\{X=0\} = 1-p$, ($0 < p < 1$).

$X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自该总体的样本, 令 $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, 则 $P\{Y=0\} =$ _____.

22. 某理财产品每月的收益率 X 服从正态分布 $N(\mu, 0.2)$, 现随机抽取 5 个月的收益率分别为 -0.2, 0.1, 0.8, -0.6, 0.9, 则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为_____.

(附: $\Phi(1.96) = 0.975$)

23. 设 H_0 是假设检验的原假设, 显著性水平为 0.05, 则 $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 成立}\} =$ _____.

24. 设总体 $X \sim N(\mu, 4)$, $X_1, X_2, \dots, X_{16}$ 为来自 X 的样本, $\bar{X}$ 为样本均值, 则检验假设

$H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$ 应采用的统计量表达式为_____.

25. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 σ^2 未知, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自 X 的样本, $\bar{X}$ 为样本均

值, S 为样本标准差, 检验假设 $H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$, 已知在 H_0 成立的条件下,

$\frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(19)$, 则 $n =$ _____.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 某在线支付设置的支付密码共有 6 位数字, 每位数字都可从 0~9 中任选一个. 某客户一次购物进行在线支付时, 忘记了密码的最后一位数字.

求: (1) 任意选择最后一位数字, 不超过 2 次就选正确的概率;

(2) 如果该客户记得密码的最后一位是奇数, 不超过 2 次选正确的概率.

27. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \theta, & 0 < x < 1, \\ 1-\theta, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 其中 θ 为未知参数 ($0 < \theta < 1$),

$X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自该总体的样本, 记 N 为样本在区间 $(0, 1)$ 内的个数 ($0 < N < n$),

其余的样本均在区间 $[1, 2)$ 中.

求: (1) θ 的矩估计 $\hat{\theta}_1$; (2) θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}_2$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$\begin{array}{c} Y \\ \backslash X \end{array}$	-1	2	3
-1	0.1	0.2	0.1
2	0.2	0.2	0.2

求：(1) (X, Y) 关于 X 的边缘分布律；(2) X 的分布函数 $F_X(x)$ ；(3) $P\{Y \leq 2\}$ 。

29. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{8}x^3, & 0 \leq x < 2, \\ 1, & x \geq 2, \end{cases}$ 又 $Y = 2X - 1$ 。

求：(1) $E(X)$ ；(2) $E\left(\frac{1}{X^2}\right)$ ；(3) $\text{Cov}(X, Y)$ 。

五、应用题：10 分。

30. 某制药厂广告宣称某种药品的疾病治愈率为 80%，药品主管部门随机抽查了 100 名服用此药的疾病患者，如果其中有超过 75% 的患者治愈就认为该广告宣称是真实的，否则为虚假广告。

求：(1) 若此药的实际治愈率为 75%，不接受这一广告宣称的概率 p_1 ；

(2) 若此药的治愈率确为 80%，接受这一广告宣称的概率 p_2 。

(附： $\Phi(1.25) = 0.8944$)