

全国 2017 年 4 月高等教育自学考试

高等数学(一)试题

课程代码:00020

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

- 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
- 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

- 下列曲线中经过原点的为
 - $y = x + 1$
 - $y = x^2 - x$
 - $y = \cos x$
 - $x^2 + y^2 = 1$
- 设函数 $f(x) = x^3 - x^2 - 1$, 则 $f\left(\frac{1}{x}\right) =$
 - $\frac{1-x+x^3}{x^3}$
 - $\frac{1+x-x^3}{x^3}$
 - $\frac{1-x-x^3}{x^3}$
 - $\frac{1+x+x^3}{x^3}$
- 极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} =$
 - 0
 - 1
 - 2
 - 3
- 函数 $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)(x-3)}$ 的所有间断点为
 - $x = -1$
 - $x = 2$
 - $x = 3$
 - $x = 2, x = 3$
- 函数 $y = e^{\cos x}$ 的导数 $\frac{dy}{dx} =$
 - $e^{\cos x}$
 - $e^{-\sin x}$
 - $e^{\cos x} \sin x$
 - $-e^{\cos x} \sin x$

6. 函数 $y = \frac{\sin x}{x}$ 的微分 $dy =$
- A. $\frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$ B. $\frac{\sin x - x \cos x}{x^2}$
 C. $\frac{x \cos x - \sin x}{x^2} dx$ D. $\frac{\sin x - x \cos x}{x^2} dx$
7. 设函数 $f(x) = 1 + \ln(1 + 2x^2)$, 则下列结论正确的是
- A. $f(x)$ 只有极小值 B. $f(x)$ 只有极大值
 C. $f(x)$ 既有极小值又有极大值 D. $f(x)$ 无极值
8. 曲线 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 的铅直渐近线为
- A. $x = -1$ B. $x = 1$
 C. $y = -1$ D. $y = 1$
9. 已知 $\cos x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则不定积分 $\int f(x) dx =$
- A. $\sin x + C$ B. $\cos x + C$
 C. $-\sin x + C$ D. $-\cos x + C$
10. 反常积分 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx =$
- A. 1 B. 2 C. 3 D. ∞

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、简单计算题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

11. 判断函数 $f(x) = x^2 \sin x$ 的奇偶性.
12. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{2x}.$
13. 求曲线 $y = \frac{1}{1+x^2}$ 在点 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ 处的切线方程.
14. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x + 1}{2^x}.$
15. 设函数 $z = \sin(x^2 + y^2)$, 求偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$

三、计算题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

16. 求常数 a 的值，使函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{x}, & x < 0 \\ 1 + x^2, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续.

17. 求函数 $y = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x$ 的导数 $\frac{dy}{dx}$.

18. 求曲线 $y = x^3 - 6x^2 + x - 1$ 的凹凸区间与拐点.

19. 求微分方程 $(x+1)dy = (y+2)dx$ 的通解.

20. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $\sin z = xyz$ 所确定的隐函数，求偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

四、综合题（本大题共 4 小题，共 25 分）

21. (本小题 6 分)

设某商品的需求函数为 $Q(p) = 12 - \frac{p}{2}$ ，其中 p 为价格(万元/吨)， Q 为需求量(吨).

(1) 求总收益函数 $R(p)$ ；

(2) 问价格为多少时总收益最大？并求最大总收益.

22. (本小题 6 分)

计算定积分 $I = \int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{2x}} dx$.

23. (本小题 6 分)

计算二重积分 $I = \iint_D x \, dx \, dy$, 其中 D 是由曲线 $y = e^x$

与直线 $x=1$ 及 x 轴、 y 轴所围成的平面区域.

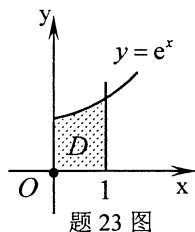
24. (本小题 7 分)

设由曲线 $y = \frac{1}{x^2}$ 与直线 $x=1$ 、 $x=2$ 及 x 轴

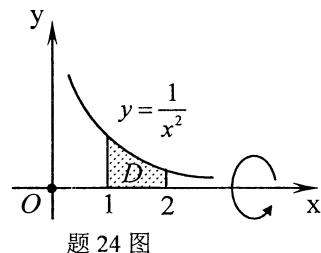
所围成的平面区域为 D .

(1) 求 D 的面积 A ;

(2) 求 D 绕 x 轴一周的旋转体体积 V_x .



题 23 图



题 24 图