

全国 2020 年 10 月高等教育自学考试

高等数学(一) 试题

课程代码:00020

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 方程 $x^3 - 4x = 0$ 的实根个数为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 函数 $f(x) = (2 + \cos x)(1 + x^2)$

- A. 是奇函数 B. 是偶函数
C. 是奇函数也是偶函数 D. 是非奇非偶函数

3. 当 $x \rightarrow 0$ 时,下列变量为无穷小量的是

- A. $x^2 \sin \frac{1}{x}$ B. $\frac{1}{x} \sin x$ C. e^{-x} D. $\sqrt{1-x^3}$

4. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 4x - 1}{5x^6 + 2x^3 + 1} =$

- A. 0 B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{5}{3}$ D. ∞

5. 设函数 $y = (3x + 2)^5$, 则导数 $\frac{dy}{dx} =$

- A. $3(3x + 2)^4$ B. $5(3x + 2)^4$
C. $15(3x + 2)^4$ D. $(3x + 2)^4$

6. 函数 $f(x)=(x+1)^3$ 在区间 $(-1,2)$ 内
- A. 单调增加 B. 单调减少 C. 不增不减 D. 有增有减
7. 曲线 $y=2+3x^2-x^3$ 的拐点为
- A. $(1,6)$ B. $(-1,6)$ C. $(-1,4)$ D. $(1,4)$
8. 不定积分 $\int \mathrm{d} \arcsin x =$
- A. $\arcsin x$ B. $\arcsin x + C$
- C. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + C$
9. 下列定积分值等于零的是
- A. $\int_{-1}^1 x^2 \mathrm{d} x$ B. $\int_{-1}^1 x^2 \cos x \mathrm{d} x$
- C. $\int_{-1}^1 x^2 \sin x \mathrm{d} x$ D. $\int_{-1}^1 x \sin x \mathrm{d} x$
10. 设函数 $z=x^2 y$, 则全微分 $\mathrm{d} z|_{(1,2)} =$
- A. $\mathrm{d} x + \mathrm{d} y$ B. $2 \mathrm{d} x + \mathrm{d} y$ C. $\mathrm{d} x + 2 \mathrm{d} y$ D. $4 \mathrm{d} x + \mathrm{d} y$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、简单计算题:本大题共5小题,每小题4分,共20分。

11. 求函数 $f(x) = \sqrt{x+1} - x \ln(1-x)$ 的定义域.

12. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+4x)^{-\frac{1}{x}}$.

13. 设函数 $y = x^3 \tan x$, 求微分 dy .

14. 求曲线 $y = x^2 + 2x + 3$ 平行于直线 $y = 4x + 1$ 的切线方程.

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\ln(x-1)}$.

三、计算题:本大题共5小题,每小题5分,共25分。

16. 求常数 a 的值, 使函数 $f(x) = \begin{cases} 3x+a, & x \geq 2 \\ \frac{\sin(x-2)}{x-2}, & x < 2 \end{cases}$ 在 $x=2$ 处连续.

17. 设函数 $y = f(e^x + x^2)$, 且 $f(x)$ 可导, 求导数 $\frac{dy}{dx}$.

18. 求函数 $f(x) = 2x^2 - x^4$ 的极值.

19. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = 4xy^2$ 的通解.

20. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $yz^2 - xz^3 = 1$ 确定的隐函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

四、综合题:本大题共4小题,共25分。

21. (本小题6分)

设某产品的需求量为 $Q = \frac{10-p}{3}$ (吨), 其中 p 为价格(万元/吨). 平均成本为 $\bar{C} = Q$

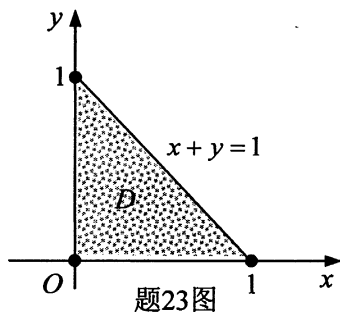
(万元/吨), 假设产销平衡. 问需求量为多少时利润最大? 并求最大利润.

22. (本小题6分)

计算定积分 $I = \int_0^{\pi^2} \cos \sqrt{x} dx$.

23. (本小题 6 分)

计算二重积分 $I = \iint_D (x+2y) dx dy$ ，其中 D 是由直线 $x+y=1$ 与 $x=0$, $y=0$ 所围成的平面区域，如图所示.

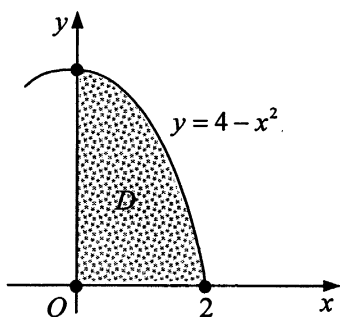


题23图

24. (本小题 7 分)

设由抛物线 $y=4-x^2$ ($x \geq 0$) 与两个坐标轴所围成的平面图形为 D ，如图所示. 求：

- (1) D 的面积 A ;
- (2) D 绕 x 轴一周的旋转体体积 V_x .



题24图