

绝密 ★ 考试结束前

全国 2020 年 10 月高等教育自学考试 高等数学(工本) 试题

课程代码:00023

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中,点(2, -1, -9) 在
A. 第一卦限 B. 第四卦限 C. 第五卦限 D. 第八卦限
2. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(3xy)}{y}$
A. 等于 2 B. 等于 3 C. 等于 6 D. 不存在
3. 已知 $e^{x-y} dx - e^{x-y} dy$ 是某函数 $u(x, y)$ 的全微分,则 $u(x, y) =$
A. e^{x-y} B. $-e^{x-y}$ C. e^{y-x} D. $-e^{y-x}$
4. 方程 $\frac{dy}{dx} = y$ 的通解为
A. $y = e^{Cx}$ B. $y = Ce^x$ C. $y = C + e^x$ D. $y = e^C + e^x$
5. 下列无穷级数中,条件收敛的无穷级数是
A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n+1}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2^n}$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 5 空,每空 2 分,共 10 分。

6. 设向量 $\alpha = \{-1, 1, 0\}$, $\beta = \{3, 2, -1\}$, 则 $2\alpha - \beta =$ _____.

7. 已知 $f(xy, x - y) = (x + y)^2$, 则 $f(x, y) =$ _____.

8. 设 $C: x + y = 4 (0 \leq x \leq 4)$, 则对弧长的曲线积分 $\int_C \sqrt{2}(x + y) ds =$ _____.

9. 微分方程 $y' = 2x$ 满足初始条件 $y(0) = 0$ 的特解 $y^* =$ _____.

10. 设函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, $f(x)$ 的傅里叶级数为 $\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2}{n} \sin nx$,

则 $f(x)$ 的傅里叶系数 $a_1 =$ _____.

三、计算题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。

11. 已知平面过点 $P_1(1, 2, -1)$, $P_2(0, -3, 1)$ 及 $P_3(3, 2, 0)$, 求该平面方程.

12. 设函数 $z = x^3 + \arctan \frac{x}{y}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$.

13. 设函数 $z = e^{2x+y} \cos(x - y)$, 求全微分 dz .

14. 设方程 $z^x = y^z$, 确定函数 $z = z(x, y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$.

15. 设函数 $f(x, y) = 5 - x^2 - y^2$, 求梯度 $\text{grad}f(2, 1)$.

16. 计算二重积分 $\iint_D 2xy dx dy$, 其中积分区域 $D: x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$.

17. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} 6x^2 yz dx dy dz$, 其中积分区域 $\Omega: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3$.

18. 计算对坐标的曲线积分 $\int_C (x - 2y) dx$, 其中 C 为从 $(-1, 0)$ 沿 $y = 1 - x^2$ 到 $(1, 0)$ 的弧段.

19. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}$ 满足初始条件 $y(0) = 1$ 的特解.

20. 求微分方程 $y'' + y' = 0$ 的通解.

21. 判断无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$ 的敛散性.

22. 将函数 $f(x) = \frac{1}{4 + x}$ 展开为 x 的幂级数.

四、综合题:本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分。

23. 求函数 $f(x, y) = 6y - 6x - x^2 - y^2 + 3$ 的极值.

24. 求曲面 $z = x^2 + y^2$ 在点 $P_0(-1, -1, 2)$ 处的法线方程.

25. 用定义证明无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 发散.