

全国 2019 年 10 月高等教育自学考试

离散数学试题

课程代码:02324

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设 P : a 能被 2 整除, Q : a 能被 4 整除,命题“只有 a 能被 2 整除, a 才能被 4 整除”符号化为

- A. $P \vee Q$ B. $\neg P \vee \neg Q$ C. $Q \rightarrow P$ D. $P \rightarrow Q$

2. 下列为两个命题变元 P, Q 的大项是

- A. $\neg P \vee Q$ B. $\neg P \vee Q \vee \neg Q$ C. $P \wedge Q \wedge \neg Q$ D. $\neg P \wedge Q$

3. 下列式子中,不正确的是

- A. $\exists x A(x) \rightarrow B \Leftrightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B)$ B. $\exists x (A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow \exists x A(x) \wedge \exists x B(x)$
C. $A \rightarrow \forall x B(x) \Leftrightarrow \forall x (A \rightarrow B(x))$ D. $\forall x (A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow \forall x A(x) \wedge \forall x B(x)$

4. 设论域为 $\{a, b\}$,与谓词公式 $\exists x P(x)$ 等价的是

- A. $P(a) \wedge P(b)$ B. $P(a) \vee P(b)$ C. $P(a) \rightarrow P(b)$ D. $P(b) \rightarrow P(a)$

5. 下列关系矩阵所对应的关系具有反自反性的是

- A. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

6. 设集合 $A=\{1,2,3\}$,则 A 上所有不同的等价关系的个数是

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

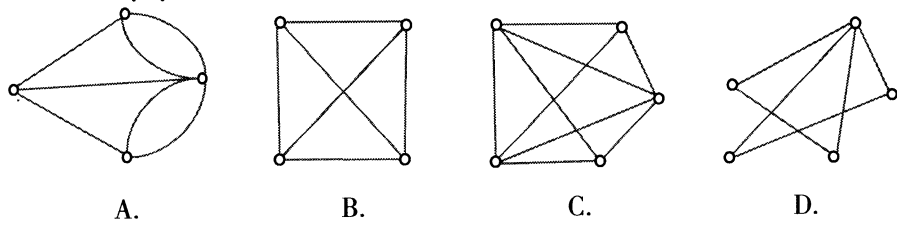
7. 下列关系中能构成函数的是

- A. $\{ \langle x, y \rangle \mid x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge (y^2 - x = 0) \}$ B. $\{ \langle x, y \rangle \mid x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge (x + y = 8) \}$
C. $\{ \langle x, y \rangle \mid x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge (x + y < 8) \}$ D. $\{ \langle x, y \rangle \mid x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge (y - x < 0) \}$

8. 设 R 、 S 均为集合 A 上的二元关系，下列命题错误的是

- A. 若 R 和 S 是反自反的，则 $R-S$ 也是反自反的
- B. 若 R 和 S 是对称的，则 $R-S$ 也是对称的
- C. 若 R 和 S 是反对称的，则 $R-S$ 也是反对称的
- D. 若 R 和 S 是传递的，则 $R-S$ 也是传递的

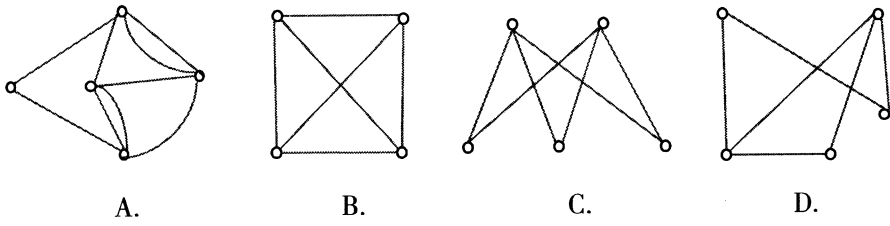
9. 下列图中不是哈密顿图的是



10. 所有不同构的 5 阶无向树的棵数是

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6

11. 下列图中是欧拉图的是



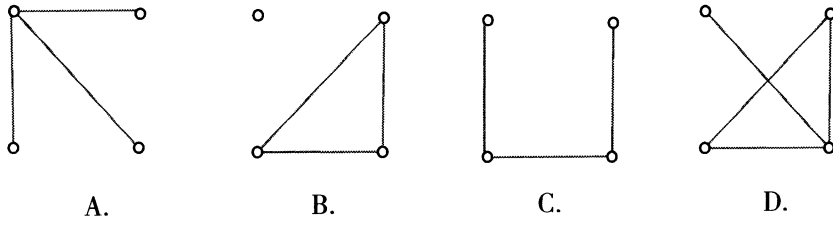
12. 下列数集关于普通的加法与乘法构成的代数系统，其中不是域的是

- A. 有理数集合
- B. 实数集合
- C. 复数集合
- D. 整数集合

13. 在自然数集上的二元运算 $\circ$ 满足 $a \circ b = \max(a, b)$ ，则 $\circ$ 不满足

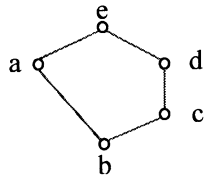
- A. 交换律
- B. 幂等律
- C. 结合律
- D. 消去律

14. 下列选项中为自补图的是



15. 如题 15 图所示的格中，元 d 的补元是

- A. a
- B. b
- C. d
- D. e



题 15 图

非选择题部分

注意事项：

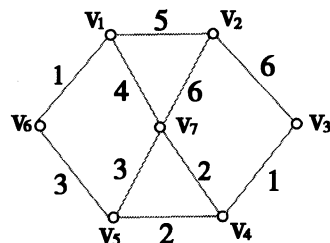
用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

16. 命题公式 $P \vee Q \vee \neg R$ 的成真赋值为_____。
17. 设论域为整数集，命题 $\forall x \exists y (x-y=6)$ 的真值为_____。
18. 谓词公式 $\forall x (P(x) \vee \exists y F(y)) \rightarrow \neg \exists x Q(x)$ 中量词 $\forall x$ 的辖域为_____。
19. 设集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$ ，代数系统 $\langle P(A), \cup \rangle$ 的单位元为_____。
20. 设无向树有 10 片树叶, 2 个 3 度分支点, 其余的分支点为 4 度, 则树的阶数为_____。
21. 设 G 为连通平面图, 共 6 个顶点, 其平面表示中共有 8 个面, 则边数为_____。
22. 有 7 个顶点的无向完全图 K_7 , 需要删除_____条边才能得到生成树。
23. 设集合 $A=\{1,2\}$, $B=\{2,a\}$, 则 $P(A) \oplus P(B)$ 为_____。
24. 设集合 $A=\{1,2,3\}$, A 上的关系 $R=\{\langle 1,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle\}$, $S=\{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,2 \rangle\}$, 则 $R \circ S$ 为_____。
25. 设集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$, 集合 $B=\{a,b,c,d,e\}$, 从 A 到 B 的不同的单射的个数为_____。

三、简答题：本大题共 7 小题，第 26~30 小题，每小题 6 分；第 31~32 小题，每小题 7 分，共 44 分。

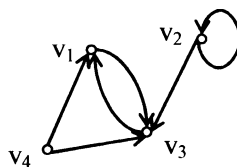
26. 用真值表法判定命题公式 $(P \rightarrow (P \wedge \neg Q)) \vee R$ 是否为非重言式的可满足式。
27. 用等值演算法求命题 $(P \leftrightarrow Q) \vee \neg R$ 主合取范式，并指出公式的类型。
28. 设集合 $A=\{1,2,3\}$ 上的二元关系 $R=\{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 2,3 \rangle\}$, 计算闭包 $r(R)$, $s(R)$ 和 $t(R)$ 。
29. 利用 Kruskal 算法求题 29 图所示的连通带权图的最小生成树，请给出详细过程并画出最小生成树。



题 29 图

30. 设图 G 如题 30 图所示，

- (1) 写出图 G 的邻接矩阵；
- (2) 计算图 G 中长度为 4 的通路数；
- (3) 计算图 G 中长度小于或等于 4 的回路数。



题 30 图

31. 用二叉树表示算术表达式 $(a*b+c)/(d(e-f))$ ，并给出先序、中序和后序遍历序列。
32. 设 $A=\{2,4,6,12,24\}$ ， $\leq$ 为整除关系，回答下列问题：
- (1) 画出 $\langle A, \leq \rangle$ 的哈斯图；
 - (2) 求子集 $B=\{4,6,12\}$ 的极大元，极小元，最大元，最小元；
 - (3) 判断该偏序集是否为格。

四、证明题：本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分。

33. 在整数集 Z 上定义二元运算 $\circ$ ： $a \circ b = a + b + 3, \forall a, b \in Z$ ，证明 $\langle Z, \circ \rangle$ 构成交换群。
34. 将下面命题符号化，并构造推理证明：
凡大学生都是勤奋的，小明不勤奋，所以小明不是大学生。
35. 有 3 个 4 阶 4 条边的无向简单图 G_1, G_2, G_3 ，证明它们中至少有两个是同构的。