

5. 令 $x = \tan t$, 则定积分 $\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx =$

A. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^3 t} dt$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^3 t} dt$

C. $\int_0^1 \frac{1}{\cos^3 t} dt$

D. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1+\tan^2 t} dt$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

6. 函数 $f(x) = \sqrt{2-x} + \frac{3}{(x-2)^2}$ 的定义域是 _____.

7. 数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{-n} = e^b$, 则 $b =$ _____.

8. 函数极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin x}{x} - x \sin \frac{1}{x}\right) =$ _____.

9. 已知函数 $g(x) = x^2$, $f(x) = \cot \frac{\pi}{3}$, 则复合函数 $f'[g(x)] =$ _____.

10. 设 $df(x) = (1+x)^2 dx$, 则 $f'(1) =$ _____.

11. 曲线 $y = \frac{1-x^3}{1+2x^3}$ 的水平渐近线是为 $y = b$, 则 $b =$ _____.

12. 设函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 有极大值 $f(b)$, 则 $b =$ _____.

13. 已知不定积分 $\int \frac{b}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$, 则常数 $b =$ _____.

14. 定积分 $\int_{-1}^1 \sin^3 x dx =$ _____.

15. 已知二元函数 $z = \sin(xy)$, 则偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

三、计算题(本大题共 9 小题,共 52 分)

(一)(每小题 5 分,共 20 分)

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$.

17. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x^3}$.

18. 设 $f(x) = \sqrt{x} \sin 2x$, 求 $f'(x)$ 和 $df(x)$.

19. 求不定积分 $\int \cos^3 x dx$.

(二) (每小题 6 分, 共 18 分)

20. 求不定积分 $\int x \cos 2x dx$.

21. 求定积分 $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+4x^2} dx$.

22. 已知二元函数 $z = \sqrt{y+x^2} + y^2$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

(三) (每小题 7 分, 共 14 分)

23. 设方程 $\ln(xy) = x - y$ 确定隐函数 $y = y(x)$, 求 y' .

24. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t \cos t dt}{\sin x^2}$.

四、应用题 (本大题 8 分)

25. 求由曲线 $y = \sqrt{x}$ 和直线 $y = x$ 所围成的平面图形的面积.

B 卷

选择题部分

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 2 分, 共 10 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的, 请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 函数极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + 2x - 2) =$

A. -2

B. -1

C. $e - 2$

D. 0

2. 函数 $y = \sqrt{2-x} + \ln(9-x^2)$ 的定义域为

- A. $[-3, 2)$ B. $(-3, 2)$ C. $(-3, 2]$ D. $[-3, 2]$

3. 点 $x = 0$ 是函数 $f(x) = \begin{cases} x+2 & x > 0 \\ x-2 & x \leq 0 \end{cases}$ 的

- A. 连续点 B. 第一类间断点 C. 第二类间断点 D. 条件不足够判

4. 已知函数 $f(x) = \sin(1+2x)$, 则 $f(x)$ 的微分为

- A. $\sin(1+2x)dx$ B. $\cos(1+2x)dx$
C. $2\sin(1+2x)dx$ D. $2\cos(1+2x)dx$

5. 已知函数 $f(x) = e^x + 1$, 则 $\int f(x) dx$ 为

- A. $e^x + x + C$ B. $e^x + C$ C. e^x D. $e^x + x$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题(本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

6. 函数 $y = e^{x+1}$ 的反函数为 _____.

7. 函数 $f(x) = 1 + \sin \pi x$ 的最小正周期为 _____.

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+1 & -1 < x \leq 0 \\ e^x & 0 < x < 1 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ _____.

9. 极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{1-xy}{x^2+y^2} =$ _____.

10. 曲线 $y = x^2 + 2$ 在点 $x = 1$ 处的切线斜率为 _____.

11. 不定积分 $\int (\sin x + \cos x) dx =$ _____.

12. $\frac{d}{dx} \int_1^x \sqrt{1+t^2} dt =$ _____.

13. 已知向量 $\alpha = \{1, 2, 1\}$, $\beta = \{1, 0, 1\}$, 则 $\alpha \cdot \beta =$ _____.

14. 正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 的敛散性为 _____.(收敛或发散)

15. $xy'' + 2y^3 = x^2 + 1$ 是 _____ 阶微分方程.

三、计算题(本大题共 9 小题,共 52 分)

(一)(每小题 5 分,共 20 分)

16. 已知函数 $f(x) = e^x \sin x + 2x$, 求 $f'(x)$.

17. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^{3x}$.

18. 求不定积分 $\int \frac{2}{1+x^2} dx$.

19. 求定积分 $\int_0^1 x e^x dx$.

(二)(每小题 6 分,共 18 分)

20. 设隐函数 $y = y(x)$ 由方程 $xy + \ln y = 1$ 确定, 求 y' .

21. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$.

22. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$ 的通解.

(三)(每小题 7 分,共 14 分)

23. 已知函数 $z = y \ln(x^2 + y^2)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

24. 求定积分 $\int_0^3 \frac{x+2}{\sqrt{x+1}} dx$.

四、应用题(本大题 8 分)

25. 求由曲线 $y = \frac{1}{x}$, $y = x$ 与直线 $x = 2$ 所围成的平面图形的面积.