

高等数学(四) 试题

课程代码:06604

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题(本大题共 12 小题,每小题 2 分,共 24 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 函数 $f(x) = 2x^2 + 1$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是

- A. 单调增加函数
B. 单调减少函数
C. 奇函数
D. 偶函数

2. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{n})^n =$

- A. e
B. e^2
C. $\frac{1}{e}$
D. $\frac{1}{e^2}$

3. 下列数列中,是收敛数列的是

- A. $\{\frac{n}{n+1}\}$
B. $\{n \sin n\}$
C. $\{\ln n\}$
D. $\{e^n\}$

4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处连续,则 $a =$

- A. -1
B. 0
C. 1
D. 2

5. 曲线 $y = x^2 - x$ 在点 $(1, 0)$ 的法线斜率是

- A. -1
B. -2
C. 1
D. 2

6. 若函数 $f(x) = bx^3 - 3x$ 在点 $x = 1$ 处取极小值, 则 $b =$
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
7. 设函数 $f(x)$ 连续, 则有 $\frac{d}{dx} \int f(x) dx =$
- A. $f'(x)$ B. $f'(x) + C$ C. $f(x)$ D. $f(x) + C$
8. 积分 $\int_0^1 e^x dx =$
- A. 1 B. $e - 1$ C. $1 - e$ D. 0
9. 设向量 $a = (0, 1, 1), b = (1, -1, 3)$, 则 $2a - b =$
- A. $(0, 2, 2)$ B. $(-1, 1, 3)$ C. $(-1, 3, -1)$ D. $(-1, 1, 1)$
10. 设函数 $f(x, y) = e^{x-2y}$, 则偏导数 $f_y(3, 1) =$
- A. e B. $2e$ C. $-e$ D. $-2e$
11. 方程 $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ 表示的曲面是
- A. 椭球面 B. 椭圆抛物面 C. 单叶双曲面 D. 柱面
12. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$ 的收敛域是
- A. $(-1, 1)$ B. $[-1, 1]$ C. $(-1, 1]$ D. $[-1, 1)$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题(本大题共 7 小题, 每空 3 分, 共 21 分)

13. 曲线 $y = \frac{\sin x}{x-1}$ 的垂直渐近线是_____.
14. 曲线 $y = x \ln x + 2$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线方程是_____.
15. 不定积分 $\int (x - \sqrt{x}) dx =$ _____.
16. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} =$ _____.
17. 过点 $(-1, 0, 1)$ 且与平面 $x - 2y + 3z = 1$ 平行的平面方程是_____.
18. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = 2x + 2xy^2$ 的通解是_____.
19. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ 的和是_____.

三、计算题(一)(本大题共5小题,每小题6分,共30分)

20. 求由方程 $xe^y + y^2 + \sin x = 0$ 所确定的隐函数的导数 $\frac{dy}{dx}$.

21. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$.

22. 求不定积分 $\int x \sin x dx$.

23. 计算定积分 $\int_1^3 \ln 2x dx$.

24. 求一阶线性微分方程 $\frac{dy}{dx} + 2y = e^{-x}$ 的通解.

四、计算题(二)(本大题共2小题,每小题10分,共20分)

25. 计算二重积分 $\iint_D (x^2 + y) dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$.

26. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^n, x \in (-1, 1)$ 的和函数.

五、证明题(本大题5分)

27. 设 $x > 0$, 证明不等式 $x > \frac{\ln(1+2x)}{2}$.