

高等数学(四) 试题

课程代码:06604

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 12 小题,每小题 2 分,共 24 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设函数 $f(x) = \ln x, g(x) = \sin 2x$, 则 $f\left[g\left(\frac{x}{2}\right)\right] =$

- A. $\ln x$ B. $\sin x$ C. $\ln(\sin x)$ D. $\ln x \sin x$

2. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n} =$

- A. 0 B. 1 C. -1 D. ∞

3. 极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1} =$

- A. 0 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

4. 函数 $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x(x-1)(x-3)}$ 在区间 $(-1, 2)$ 上的间断点个数是

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. 设函数 $f(x) = e^{2x}$, 则二阶导数 $f''(x) =$

- A. $4e^{2x}$ B. $2e^x$ C. $2e^{2x}$ D. e^{2x}

6. 函数 $f(x) = x^3 + 2x + 1$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是

- A. 奇函数 B. 偶函数 C. 单调减少函数 D. 单调增加函数

7. 设函数 $f(x)$ 可导, 则有 $\int f'(x) dx =$

A. $f'(x)$

B. $f'(x) + C$

C. $f(x)$

D. $f(x) + C$

8. 积分 $\int_0^1 \cos \frac{\pi x}{2} dx =$

A. 1

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{2}{\pi}$

D. π

9. 过点 $(-1, 1, 1)$ 且与平面 $x - 2y + 3z = 3$ 平行的平面方程是

A. $x - 2y + 3z = 1$

B. $x - 2y + 3z = 0$

C. $x - 2y + 3z = -1$

D. $x - 2y + 3z = 2$

10. 设函数 $z = x^2 + 2y$, 则它在点 $(1, 2)$ 处的全微分 $dz =$

A. $dx + 2dy$

B. $dx + 4dy$

C. $2dx + 2dy$

D. $2dx + 4dy$

11. 下列数项级数中, 绝对收敛的是

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

12. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$ 的收敛半径是

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 7 小题, 每小题 3 分, 共 21 分。

13. 曲线 $y = 2 \arctan x^2$ 的水平渐近线是_____.

14. 曲线 $y = 2e^x$ 在点 $(0, 2)$ 处的法线方程是_____.

15. 不定积分 $\int \frac{2x}{1+x^2} dx =$ _____.

16. 由 x 轴和曲线 $y = \sin x, x \in [0, \pi]$ 围成的平面图形面积为_____.

17. 过点 $(1, 0, 2)$ 且与平面 $2x - y + 3z = 1$ 垂直的直线方程是_____.

18. 微分方程 $dy = 2xy^2 dx$ 的通解是_____.

19. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ 的收敛域是_____.

三、计算题(一):本大题共 5 小题,每小题 6 分,共 30 分。

20. 求由参量方程 $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ 所确定的函数的导数 $\frac{dy}{dx}$.

21. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{1 - \cos x}$.

22. 求不定积分 $\int \frac{\ln x}{x} dx$.

23. 计算定积分 $\int_1^2 e^{-2x} dx$.

24. 求一阶线性微分方程 $\frac{dy}{dx} + xy = 2x$ 的通解.

四、计算题(二):本大题共 2 小题,每小题 10 分,共 20 分。

25. 计算二重积分 $\iint_D \sin(x^2 + y^2) dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.

26. 求二元函数 $f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x - 4y + 3$ 的极值.

五、证明题:本大题 5 分。

27. 设函数 $f(x) = \int_0^x \arctan t^2 dt$, 证明 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为单调增加函数.