

2022 年 10 月高等教育自学考试

高等数学(四) 试题

课程代码:06604

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 函数 $f(x) = x \cos x$ 是

- A. 偶函数
B. 奇函数
C. 非奇非偶函数
D. 奇偶函数

2. 函数极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x =$

- A. e
B. -e
C. $\frac{1}{e}$
D. 0

3. 下列区间是函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 3$ 的单调减区间的为

- A. $(-\infty, -1)$
B. $(3, +\infty)$
C. $(-\infty, +\infty)$
D. $(-1, 3)$

4. 已知函数 $f(x) = x - \frac{1}{2} \sin x$, 则 $f(x)$ 的导数为

- A. $1 - \frac{1}{2} \cos y$
B. $1 - \frac{1}{2} \cos x$
C. $\frac{2}{2 - \cos y}$
D. $\frac{2}{2 - \cos x}$

5. 已知函数 $f(x)$ 的一个原函数为 $\ln x$, 则 $f(x)$ 为

- A. $\frac{1}{x}$
B. $\ln x$
C. $-\frac{1}{x^2}$
D. e^x

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。

6. 函数 $f(x) = \cos(x-2)$ 的最小正周期为 _____.

7. 函数 $f(x) = x^2, g(x) = \sin x$, 则 $f[g(x)]$ 为 _____.

8. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ 的连续区间为 _____.

9. 数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{n^2} =$ _____.

10. 曲线 $y = \sqrt{x}$ 在点 $(1, 1)$ 处的法线方程为 _____.

11. 已知函数 $f(x) = \ln(5+x^2)$, 则 $dy =$ _____.

12. 不定积分 $\int (x\sqrt{x} + 3e^x) dx =$ _____.

13. 正项级数 $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n$ 的敛散性为 _____.(收敛或发散)

14. $(y')^2 = xy$ 是 _____ 阶微分方程.

15. 平行于向量 $\alpha = \{1, 2, 2\}$ 的单位向量为 _____.

三、计算题:本大题共 9 小题,共 52 分。

(一)(每小题 5 分,共 20 分)

16. 已知函数 $f(x) = (x + \sin x)^2$, 求 $f'(x)$.

17. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$.

18. 求不定积分 $\int \sin^2 x dx$.

19. 求定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

(二)(每小题 6 分,共 18 分)

20. 设隐函数 $y = y(x)$ 由方程 $y = x + e^y$ 确定, 求 y'

21. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t dt}{x^2}$.

22. 求解微分方程 $\frac{dy}{dx} = 2xy$ 的通解.

(三) (每小题 7 分, 共 14 分)

23. 已知函数 $z = e^{2xy} + x$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

24. 求定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x dx$.

四、应用题: 本大题 8 分。

25. 求由曲线 $y = e^x, y = e^{-x}$ 与直线 $x = 1$ 所围成的平面图形的面积.