

## 经济应用数学试题

课程代码:06956

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

## 选择题部分

注意事项:

每小选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 如果函数  $f(x)$  的定义域为  $[1, 2]$ , 则函数  $g(x) = f(x + \frac{1}{4}) + f(x - \frac{1}{4})$  的定义域是

- A.  $[0, 1]$                       B.  $[-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$                       C.  $[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$                       D.  $[-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}]$

2. 设  $f(x) = \frac{1 - \cos^2 x}{x^2}$ , 当  $x \neq 0$  时,  $F(x) = f(x)$ 。若  $F(x)$  在点  $x = 0$  处连续, 则  $F(0)$  等于

- A. -1                      B. 0                      C.  $\frac{1}{2}$                       D. 1

3. 下列函数在区间  $[0, 3]$  上不满足拉格朗日定理条件的是

- A.  $f(x) = 2x^2 + x + 1$                       B.  $f(x) = \cos(x + 1)$   
C.  $f(x) = \frac{x^2}{1 - x^2}$                       D.  $f(x) = \ln(1 + x)$

4. 下列级数收敛的是

- A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n}$                       B.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n^2}$   
C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^2 + 2}$                       D.  $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{100})^n$

5. 微分方程  $y' = y$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 2$  的特解是

- A.  $y = 2e^x$                       B.  $y = e^{2x} + 1$                       C.  $y = e^{2x}$                       D.  $y = e^x$

## 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。

6. 设  $f\left(\frac{1+\ln x}{1-\ln x}\right) = \frac{1}{x}$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

7. 曲线  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 1$  的拐点坐标是 \_\_\_\_\_.

8. 函数  $y = y(x)$  由方程  $y + xe^y = ye^x + x$  确定, 则  $y' =$  \_\_\_\_\_.

9. 若  $f(u)$  可导, 且  $y = f(e^x)$ , 则有  $dy =$  \_\_\_\_\_  $dx$ .

10. 函数  $y = x - \ln x$  的单调增加区间是 \_\_\_\_\_.

11. 曲线  $y = \arctan \frac{x^2 + 1}{2}$  有一条渐近线 \_\_\_\_\_.

12. 设  $y = k \tan 2x$  的一个原函数为  $\frac{2}{3} \ln \cos 2x$ , 那么  $k =$  \_\_\_\_\_.

13. 设  $f(x)$  连续,  $\int_0^1 axf(2x) dx = \int_0^2 xf(x) dx$ , 则常数  $a =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知  $yz + zx + xy = 1$  确定函数  $z = z(x, y)$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  的前  $n$  项部分和  $S_n = \frac{3n}{n+1}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), 则此级数的通项  $u_n =$  \_\_\_\_\_.

三、计算题:本大题共 6 小题,每小题 6 分,共 36 分。

16. 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{\ln(1 + 2x^2)}$ .

17. 设  $y = e^5 + \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ , 求  $y'$ .

18. 求不定积分  $\int \frac{\sin^3 x}{1 + \cos x} dx$ .

19. 求解微分方程  $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$  满足  $y|_{x=0} = 2$  的特解.

20. 计算  $\iint_D x\sqrt{y} d\sigma$ , 其中  $D$  是由两条抛物线  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x^2$  所围成的闭区域.

21. 讨论级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^{n^2}}{n!}$  的收敛性.

四、计算题(二):本大题共 2 小题,每小题 7 分,共 14 分。

22. 若  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+3} - b}{x-1} = 1$ , 求常数  $a, b$ .

23. 设  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{x}\right)^{ax} = \int_{-\infty}^a te^t dt$ , 求常数  $a$  的值.

五、应用题:本大题共 2 小题,每小题 8 分,共 16 分。

24. 某工厂生产甲种产品  $x$ (百个) 和乙种产品  $y$ (百个) 的总成本函数为  $C(x, y) = 4x + 3y + 10$ (万元). 甲、乙两种产品的需求函数分别为  $x = 20 - P_{\text{甲}}, y = 25 - P_{\text{乙}}$ , 其中  $P_{\text{甲}}, P_{\text{乙}}$  分别为甲产品与乙产品相应的售价(万元/百个), 求两种产品产量各为多少时可获得最大利润, 最大利润是多少?

25. 求曲线  $y = 2 - x^2$  和直线  $y = 2x + 2$  所围成图形的面积.

六、证明题:本大题 4 分。

26. 证明:当  $x > 1$  时,  $x^3 + 5 > 9x - 3x^2$ .