

全国 2016 年 10 月高等教育自学考试
线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

说明: 在本卷中, A^T 表示矩阵 A 的转置矩阵, A^* 表示矩阵 A 的伴随矩阵, E 是单位矩阵, $|A|$ 表示方阵 A 的行列式, $r(A)$ 表示矩阵 A 的秩。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题(本大题共 5 小题, 每小题 2 分, 共 10 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的, 请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 已知 2 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = -2$, 则 $\begin{vmatrix} -a_1 + a_2 & 2a_2 \\ -b_1 + b_2 & 2b_2 \end{vmatrix} =$

- A. -4 B. -2 C. 2 D. 4

2. 设矩阵 $A^* = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} =$

- A. $\begin{pmatrix} -1/2 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} -1/3 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & -1/3 \end{pmatrix}$

3. 设 n 阶矩阵 A, B, C 满足 $ABC = E$, 则

- A. $A^{-1} = B^{-1}C^{-1}$ B. $A^{-1} = C^{-1}B^{-1}$ C. $B^{-1} = CA$ D. $B^{-1} = AC$

4. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 可由向量组 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 线性表出, 下列结论中正确的是
- A. 若 $s > t$, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性相关 B. 若 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 线性无关, 则 $s > t$
- C. 若 $s > t$, 则 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 线性相关 D. 若 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关, 则 $s > t$
5. 设 3 元线性方程组 $Ax = b$, 已知 $r(A) = r(A, b) = 2$, 其两个解 η_1, η_2 满足 $\eta_1 + \eta_2 = (-1, 0, 1)^T, \eta_1 - \eta_2 = (-3, 2, -1)^T$, k 为任意常数, 则方程组 $Ax = b$ 的通解为
- A. $\frac{1}{2}(-1, 0, 1)^T + k(-3, 2, -1)^T$ B. $\frac{1}{2}(-3, 2, -1)^T + k(-1, 0, 1)^T$
- C. $(-1, 0, 1)^T + k(-3, 2, -1)^T$ D. $(-3, 2, -1)^T + k(-1, 0, 1)^T$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

6. 设 $f(x) = \begin{vmatrix} 0 & x & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = a_1x + a_0$, 则 $a_0 =$ _____.
7. 2 阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$ 第 2 行元素的代数余子式之和为 _____.
8. 已知矩阵 $A = (1, 0, -1)$, $B = (2, -1, 1)$, 且 $C = A^T B$, 则 $C^2 =$ _____.
9. 设 A 为 2 阶矩阵, 若存在矩阵 $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, 使得 $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $A =$ _____.
10. 设向量 $\alpha_1 = (1, 1, -1)^T, \alpha_2 = (1, -1, 1)^T, \alpha_3 = (-1, 1, 1)^T, \beta = (1, 0, 0)^T$, 则 β 由向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出的表示式为 _____.
11. 设向量组 $\alpha_1 = (-2, 1, 3)^T, \alpha_2 = (1, 0, -1)^T, \alpha_3 = (k+2, 1, 0)^T$ 线性相关, 则数 $k =$ _____.
12. 设向量 $\alpha_1 = (1, -1, 2)^T$ 与 $\alpha_2 = (4, 0, k)^T$ 正交, 则数 $k =$ _____.

13. 设 3 元非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的增广矩阵 $\bar{A}$ 经初等行变换化为

$$\bar{A} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & (k+2)(k-1) & k-1 \end{array} \right)$$

若该方程组有无穷多解, 则数 $k =$ _____.

14. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 的两个特征值之和等于 _____.

15. 二次型 $f(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2$ 的规范形为 _____.

三、计算题 (本大题共 7 小题, 每小题 9 分, 共 63 分)

16. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} a_1 - b_1 & a_1 - b_2 & a_1 - b_3 \\ a_2 - b_1 & a_2 - b_2 & a_2 - b_3 \\ a_3 - b_1 & a_3 - b_2 & a_3 - b_3 \end{vmatrix}$.

17. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 求 A^* 及 A^{-1} .

18. 设 A 为 3 阶矩阵, 将 A 第 1 行的 2 倍加到第 3 行得到矩阵 B , 再将 B 第 2 列与第 3 列互换得到单位矩阵 E , 求矩阵 A .

19. 求向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 3, -1)^T$, $\alpha_2 = (2, 3, 4, -3)^T$, $\alpha_3 = (0, 0, 1, 2)^T$, $\alpha_4 = (3, 4, 3, -9)^T$, $\alpha_5 = (1, 1, 2, 0)^T$ 的秩和一个极大线性无关组, 并将向量组中的其余向量由该极大线性无关组线性表出.

20. 求线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_4 = -2 \\ x_1 + 2x_3 - 2x_4 = -1 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 6x_4 = -5 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases}$$

的通解 (要求用其一个特解和导出组的基础解系表示).

21. 设 A 为 3 阶实对称矩阵, 已知 $r(A)=2$, $\alpha_1=(1, 0, -1)^T$, $\alpha_2=(1, 0, 1)^T$ 分别是 A 的属于特征值 $\lambda_1=-1$, $\lambda_2=1$ 的特征向量. 求 A 的另一个特征值和对应的特征向量.
22. 求正交变换 $x=Qy$, 将二次型 $f(x_1, x_2)=x_1^2+x_2^2-2x_1x_2$ 化为标准形.

四、证明题(本题 7 分)

23. 设 α_1, α_2 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的一个基础解系, 证明 $\beta_1=\alpha_1+2\alpha_2$, $\beta_2=2\alpha_1+\alpha_2$ 也是方程组 $Ax=0$ 的一个基础解系.