

## 2023 年 10 月高等教育自学考试

## 离散数学试题

课程代码:02324

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

## 选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

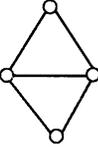
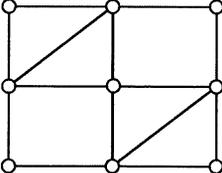
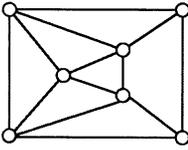
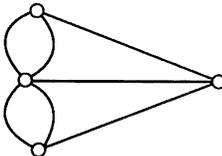
一、单项选择题:本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 令  $p$ :今天我上班, $q$ :今天我休息。命题“今天我要么上班要么休息”的符号化形式为
 

A. $p \vee q$	B. $q \rightarrow p$
C. $\neg p \wedge q$	D. $(\neg q \wedge p) \vee (q \wedge \neg p)$
2. 设令  $F(x)$ : $x$  是火车, $G(x)$ : $x$  是汽车, $L(x, y)$ : $x$  比  $y$  快。命题“有的火车比有的汽车快”的符号化形式为
 

A. $\forall x(F(x) \rightarrow \forall y(G(y) \rightarrow L(x, y)))$
B. $\exists x(F(x) \wedge \exists y(G(y) \wedge L(x, y)))$
C. $\neg \exists y(G(y) \wedge \forall x(F(x) \rightarrow L(y, x)))$
D. $\neg \forall y(G(y) \rightarrow \forall x(F(x) \rightarrow L(x, y)))$
3. 下列关于小项和大项的性质表述正确的是
 

A. 任意两个不同小项的合取式必为真	B. 任意两个不同大项的析取式必为假
C. 任意两个不同小项的析取式必为假	D. 大项的否定是小项
4. 下图图中是欧拉图的为
 

			
A	B	C	D
5. 设有非空集合  $A$  上的全域关系  $S$ ,则关系  $S$  不是
 

A. 自反关系	B. 对称关系
C. 传递关系	D. 反对称关系
6. 简单无向图  $G$  有 9 条边,每个结点都是 3 度结点,则  $G$  的结点数为
 

A. 5	B. 6	C. 7	D. 8
------	------	------	------

7. 下列谓词恒等式,不正确的是

- A.  $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$
- B.  $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$
- C.  $\forall x(P \rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow P \rightarrow \forall x Q(x)$
- D.  $\exists x(P \rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow P \rightarrow \exists x Q(x)$

8. 下列度数列中,不能构成简单无向图的是

- A.  $\{1,1,1,2,3\}$
- B.  $\{1,2,2,3\}$
- C.  $\{6,2,2,2,4\}$
- D.  $\{3,3,3,3\}$

9. 设  $A = \{3z \mid z \in \mathbb{Z}\}$ , 运算为实数加法  $+$  和乘法  $*$ , 则  $\langle A, +, * \rangle$  构成的代数系统是

- A. 环
- B. 整环
- C. 域
- D. 格

10. 集合  $A$  上的自反关系  $R$  的关系矩阵为  $M$ , 则  $M$  的元素必定

- A. 对角线上全是 0
- B. 关于反对角线对称
- C. 关于对角线对称
- D. 对角线上全是 1

11. 已知  $A, B, C, D$  是任意集合, 则下列各式成立的是

- A.  $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D)$
- B.  $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$
- C.  $(A \oplus B) \times (C \oplus D) = (A \times C) \oplus (B \times D)$
- D.  $(A - B) \times (C - D) = (A \times C) - (B \times D)$

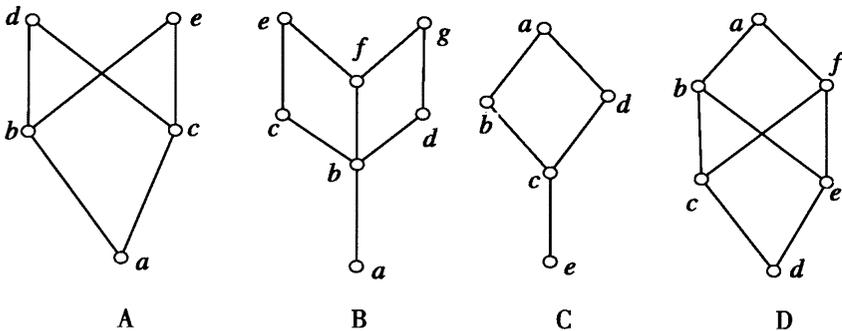
12. 要从完全图  $K_4$  中得到一棵生成树, 需要删除的边数为

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

13. 设有集合  $A$  上的关系  $R_1$  和  $R_2$ , 下列命题为真的是

- A. 若关系  $R_1$  和  $R_2$  是自反的, 则  $R_1 \circ R_2$  也是自反的
- B. 若关系  $R_1$  和  $R_2$  是对称的, 则  $R_1 \circ R_2$  也是对称的
- C. 若关系  $R_1$  和  $R_2$  是传递的, 则  $R_1 \circ R_2$  也是传递的
- D. 若关系  $R_1$  和  $R_2$  是反自反的, 则  $R_1 \circ R_2$  也是反自反的

14. 下图中 4 个偏序集的图形, 能构成格的是



15. 设有穷集合  $A$  的元素个数为  $m$ , 则  $A$  到  $A$  的不同单射函数的个数为

- A.  $m!$
- B.  $m^m$
- C.  $m^2$
- D.  $2m$

## 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。

16. 设集合  $A$  上的关系  $R_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, d \rangle \}$ ,  $R_2 = \{ \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle \}$ , 则  $R_1 \circ R_2 =$  \_\_\_\_\_,  $R_2 \circ R_1 =$  \_\_\_\_\_。
17. 设  $R$  为实数集合,  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 3x - 1$ , 则  $f(1) =$  \_\_\_\_\_, 函数  $f$  是 \_\_\_\_\_ 射函数。
18. 自然数集合  $N$  上的关系  $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in N, x + 2y = 10 \}$ , 则  $\text{dom } R =$  \_\_\_\_\_,  $R^{-1} =$  \_\_\_\_\_。
19. 一个连通平面图中,有 6 个顶点和 9 条边,其平面表示中共有 \_\_\_\_\_ 个面。
20. 设论域为整数集,命题公式  $\forall x(x^2 \geq x)$  的真值为 \_\_\_\_\_, 命题公式  $\forall x \exists y(x^2 + y^2 = 6)$  的真值为 \_\_\_\_\_。
21. 一个  $n$  阶无向简单图  $G$ , 它的边最多有 \_\_\_\_\_ 条。
22. 一棵 5 阶无向树  $T$ , 其非同构的树共有 \_\_\_\_\_ 棵。
23. 设集合  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $\forall x, y \in A, x * y = (x + y) \bmod 6$ , 则群  $\langle A, * \rangle$  的单位元是 \_\_\_\_\_, 任意非单位元的元素  $x$  的逆元是 \_\_\_\_\_。
24. 一个  $n$  阶连通图  $G$ , 则其关联矩阵的非零元素个数最少为 \_\_\_\_\_ 个。
25. 设集合  $A = \{1, 2\}$ , 集合  $B = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $P(B)$  为  $B$  的幂集, 则  $|A \times B| =$  \_\_\_\_\_, 而  $|P(B) \times A| =$  \_\_\_\_\_。

三、计算题:本大题共 5 小题,每小题 6 分,共 30 分。

26. 用真值表法判断命题公式

$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$  是重言式。

27. 求命题公式  $(\neg P \vee R) \wedge (P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee \neg R)$  的主析取范式。

28. 对于实数集合  $R$ , 下表所列的二元运算是否具有左边一列中的那些性质, 填写下表(具备某项性质填写“是”, 不具备填写“否”。将题 28 表绘制在答题纸上作答。)

题 28 表

运算 性质	$\max(x, y)$	$\min(x, y)$	$ x - y $
可结合性			
可交换性			

29. 画出下列集合关于整除关系的哈斯图：

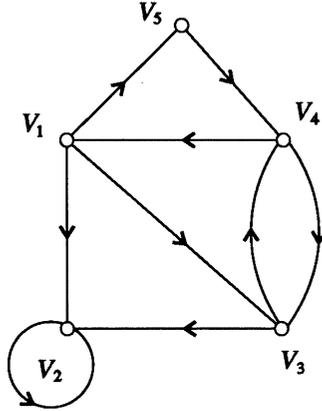
$\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

并判定该偏序集是否构成格。

30. 有向图  $D$  如题 30 图所示, 回答以下问题

(1) 写出  $D$  的邻接矩阵  $A$ ;

(2)  $D$  中长度为 1、2、3、4 的通路各有多少条? 其中回路分别为多少条?



题 30 图

四、证明题: 本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分。

31. 设有正整数的序偶集合  $A$ , 在  $A$  上定义的二元关系  $R$  如下:

$\langle \langle x, y \rangle, \langle u, v \rangle \rangle \in R$ , 当且仅当  $xv = yu$

证明:  $R$  是一个等价关系。

32. 证明:

$\forall x(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \forall xP(x) \vee \exists xQ(x)$  是永真式。

33. 设图  $G$  中有  $n$  个结点,  $m$  条边, 其中有  $n_k$  个结点的度数为  $k$ , 其余结点的度数均为  $k+1$ 。

证明:  $n_k = (k+1)n - 2m$

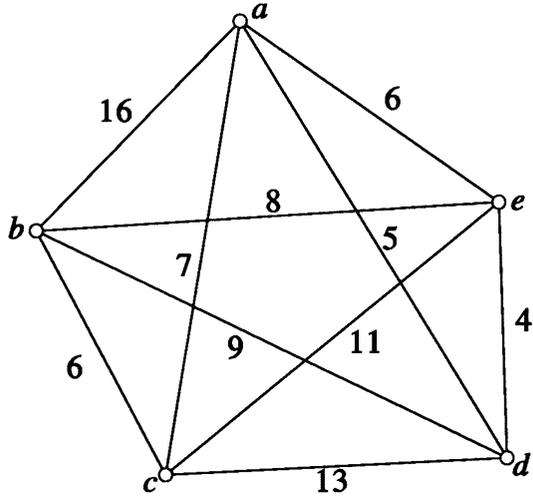
五、综合应用题: 本大题共 2 小题, 每小题 7 分, 共 14 分。

34. 对集合  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  上的划分  $S = \{\{1, 3, 5\}, \{2, 6\}, \{4\}\}$

(1) 写出该划分对应的二元关系  $R$  的集合表达式;

(2) 画出关系  $R$  的关系图。

35. 某开发区有新建的 5 个工厂,相互之间的距离由下图表示(单位为千米)



题 35 图

现要架设供电线路,在保障每个工厂能送电的情况下,请找出最短的供电线路铺设方案,并计算出该方案的线路长度。