

2023 年 10 月高等教育自学考试

## 经济应用数学试题

课程代码:06956

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

## 选择题部分

注意事项:

每小題选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小題,每小題 2 分,共 10 分。在每小題列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 如果函数  $f(x)$  的定义域为  $[0, 1]$ , 则函数  $f(x^2)$  的定义域是

- A.  $[0, 1]$                       B.  $[-1, 0]$                       C.  $[-1, 1]$                       D.  $(-1, 1)$

2. 设  $f(x) = \sin 2x + \tan \frac{x}{2}$ , 则  $f(x)$  的周期为

- A.  $\frac{\pi}{2}$                               B.  $\pi$                               C.  $2\pi$                               D.  $4\pi$

3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2} =$ 

- A.  $-1$                               B.  $1$                               C.  $0$                               D. 不存在

4. 交换积分次序  $\int_0^1 dx \int_{x^3}^x f(x, y) dy =$ 

- A.  $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt[3]{y}} f(x, y) dx$                       B.  $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$   
 C.  $\int_0^1 dy \int_{x^3}^x f(x, y) dx$                       D.  $\int_0^1 dy \int_{y^3}^y f(x, y) dx$

5. 下列级数发散的是

- A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n}$                               B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$   
 C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$                       D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$

## 非选择题部分

### 注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

### 二、填空题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。

6. 曲线  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$  的渐近线一共有 \_\_\_\_\_ 条.

7. 函数  $f(x) = x^3$  在  $[0, 2]$  上满足拉格朗日中值定理结论中的  $\xi =$  \_\_\_\_\_.

8. 曲线  $y = x^3$  的拐点为 \_\_\_\_\_.

9. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $\ln(1 + x^2)$  是  $x^k$  的同阶无穷小量,则  $k =$  \_\_\_\_\_.

10. 若分段函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 & x \geq 1 \\ ax - \frac{1}{2} & x < 1 \end{cases}$  在  $x = 1$  可导,则  $a =$  \_\_\_\_\_.

11. 已知  $y = \int_1^{x^2} e^t dt$ , 则  $dy =$  \_\_\_\_\_.

12. 设  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$ , 则二重积分  $\iint_D 3d\sigma =$  \_\_\_\_\_.

13. 已知函数  $z = e^{x^2+2y^2}$ , 则  $dz =$  \_\_\_\_\_.

14. 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (2u_n + 1)$  收敛, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n =$  \_\_\_\_\_.

15. 微分方程  $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$  的通解为 \_\_\_\_\_.

### 三、计算题(一):本大题共 6 小题,每小题 6 分,共 36 分。

16. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \tan x}{\sin x^3}$ .

17. 设  $y = xf(\sqrt{x})$ , 求  $dy$ .

18. 设  $y = y(x)$  是由方程  $e^y + xy - e = 0$  所确定的隐函数, 求  $\frac{dy}{dx}$ .

19. 判别级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$  的收敛性.

20. 求不定积分  $\int x \arctan x dx$ .

21. 计算二重积分  $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma$ , 其中  $D$  是由直线  $x = 0, y = 0$  与圆  $x^2 + y^2 = 4$  在第一象限内所围成的闭区域.

四、计算题(二):本大题共 2 小题,每小题 7 分,共 14 分。

22. 求函数  $y = \frac{x^2}{1+x}$  的单调区间和极值.
23. 求一阶微分方程  $xy' + y = x^2 + 3x + 2$  的通解.

五、应用题:本大题共 2 小题,每小题 8 分,共 16 分。

24. 某工厂生产甲、乙两种产品,这两种产品的销量  $Q_1, Q_2$  分别是它们价格  $p_1, p_2$  的函数,其中  $Q_1 = 32 - 2p_1, Q_2 = 22 - p_2$ . 生产和销售这两种商品的总成本函数为
- $$C(Q_1, Q_2) = \frac{1}{2}Q_1^2 + 2Q_1Q_2 + Q_2^2 + 10 \text{ (万元)}.$$

在产品畅销的情况下,试求利润达到最大时这两种产品的销量.

25. 计算抛物线  $y = x^2$  和直线  $y = 2x$  所围成的图形绕  $x$  轴旋转生成的旋转体体积.

六、证明题:本大题 4 分。

26. 已知函数  $f(x)$  在闭区间  $[0, 1]$  上连续,在开区间  $(0, 1)$  内可导,且  $f(0) = 0, f(1) = 0$ . 证明存在一点  $\xi$  使得  $f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$ .